

MASTER UNIVERSITARIO DI II LIVELLO IN DIDATTICA
DELLE SCIENZE E DELLA MATEMATICA

per insegnanti della Scuola Elementare e Media



Un percorso didattico di approccio
all'early algebra:

impatto sulle concezioni e
formazione dell'insegnante circa la
matematica ed il suo insegnamento

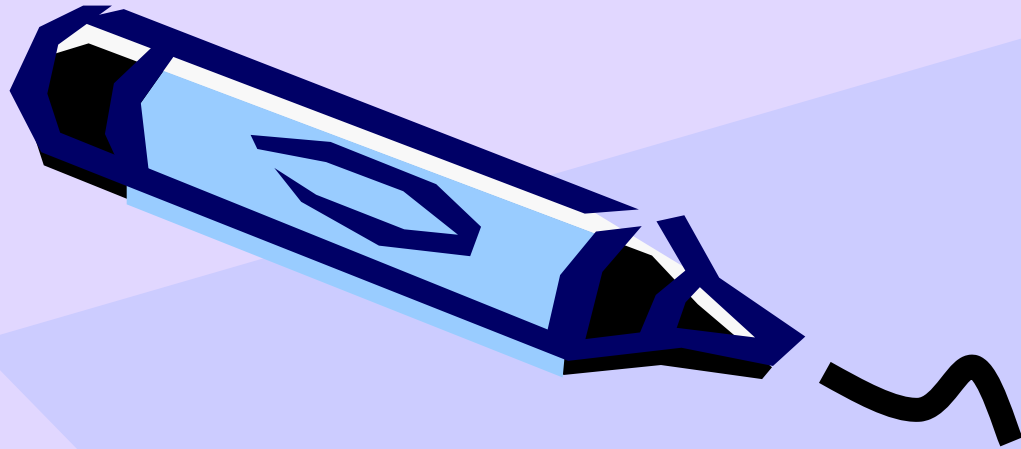
UNIVERSITA' di MODENA e REGGIO EMILIA

CANDIDATA: Prof.ssa Laura LUZI

RELATORE: Prof.ssa Loredana GHERPELLI

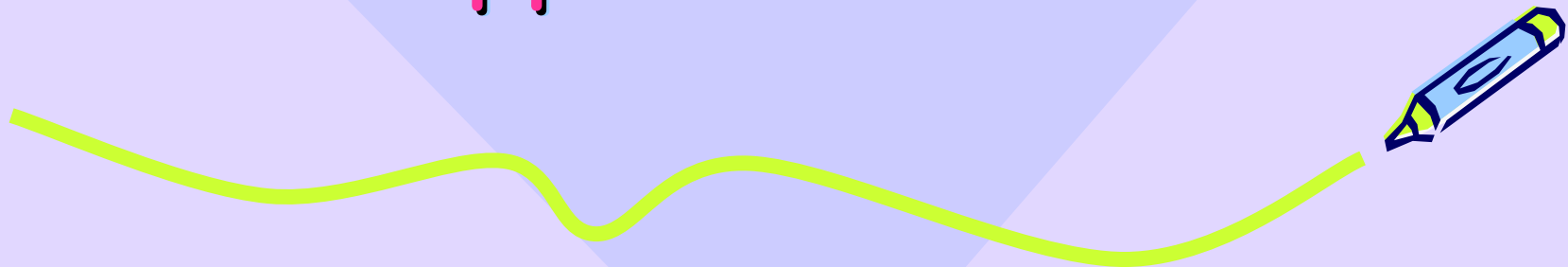
RESPONSABILE : Prof.ssa Nicolina A. MALARA





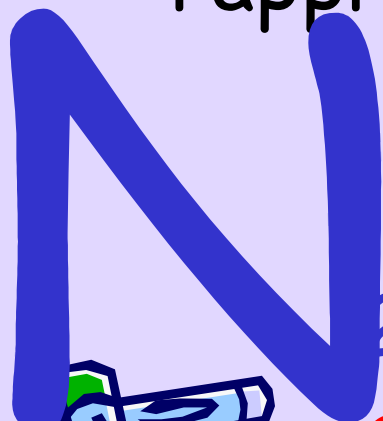
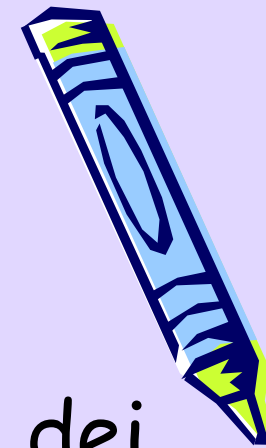
Titolo della tesi

Numeri naturali e loro rappresentazioni



Scelta del tema

- Approfondire la rappresentazione dei numeri per distinguere tra "numero naturale" e sua rappresentazione anche attraverso l'utilizzo delle lettere

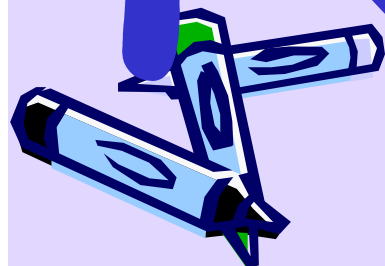


$$20 = 13 + 7$$

$$20 = 2^2 \times 5$$

$$20 = 2 \times 10$$

$$20 = a + 8$$



METODOLOGIA DEL LAVORO DI CLASSE: DISCUSSIONE COLLETTIVA

Coinvolge attivamente gli **studenti**

- stimolandoli ad utilizzare le conoscenze che possiedono

Inoltre gli permette di :

- imparare a verbalizzare (i concetti posseduti, intuizioni, strategie..)
- formulare ipotesi e argomentare le proprie scelte

...



METODOLOGIA DEL LAVORO DI CLASSE: DISCUSSIONE COLLETTIVA

Analisi a priori

Impegna l'insegnante a:
progettare percorsi didattici e ipotizzare
a priori processi di classe;
prevedere comportamenti e difficoltà
degli allievi

...



METODOLOGIA DEL LAVORO DI CLASSE: DISCUSSIONE COLLETTIVA

Analisi a posteriori

Il riascolto della registrazione permette
di analizzare l'interazione tra

- i soli allievi

- tra insegnante/allievi

rilevando in entrambi i soggetti **ambiguità
linguistiche** e mettendo a fuoco
"concezioni errate" o modi di vedere
"alternativi".



DALLA REGISTRAZIONE ALLA ANALISI DEL PROCESSO DI CLASSE

STUDIO DELLA REGISTRAZIONE DELLE LEZIONI



Scambi via e-mail di

- COMMENTI SCRITTI DELL'INSEGNANTE
- COMMENTI SCRITTI DEL MENTORE

Incontri de visu per

CONFRONTI DI APPROFONDIMENTO
AFFINAMENTI POSTERIORI

La progettazione delle attività ed il continuo confronto con il mentore mi hanno fornito il "coraggio" necessario per allontanarmi dalla didattica tradizionale



Attività 1 - IL NUMERO NASCOSTO

$$12 + a = 20 \quad a + 12 = 20 \quad 12 + a = 137$$

GIOCHIAMO ?

$$a + b = 18$$

$$3 \times a = 42$$

Uso ingenuo delle lettere per
approfondimenti sul piano
dell'aritmetica
Riflessioni sugli ambiti numerici

$$2a + 1 = 15$$



Attività 1 - IL NUMERO NASCOSTO



Riscoprire il legame tra le operazioni

Obiettivi

$$a + 12 = 20 \quad 12 + a = 137$$

$$a = 20 - 12 \quad a = 137 - 12$$

- $a + b = 18$

se $a = b$

$$(a + a) = 2 \times a$$

$$(b + b) = 2 \times b$$

Generalizzare da situazioni numeriche
collegare struttura additiva e
struttura moltiplicativa

- $3 \times a = 42$

$$a = 42 : 3$$

Combinare le strategie risolutive per risolvere il problema

- $2 \times a + 1 = 15$

$$2 \times a = 15 - 1 \quad a = (15 - 1) : 2$$



Attività 1 - IL NUMERO NASCOSTO

Sviluppi ulteriori della situazione

- $a + 12 = 20$

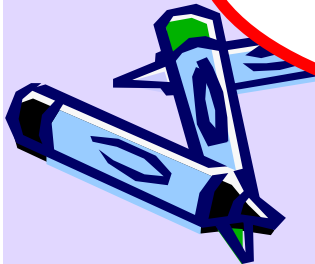
(dal suggerimento del docente)

Ins.: "Studiamo la situazione sulla retta orientata"

Ins.: "Spiega da dove parti e dove arrivi"

Alunno : " $a = 8$ perché
 $8 + 12 = 20$ "

Fondamentale capire come ragiona l'alunno ed in particolare come si rapporta al numero a



Attività 1 - IL NUMERO NASCOSTO




Importanza della riflessione congiunta
insegnante/mentore

$$2a + 1 = 15$$

(da un frammento di una trascrizione)

Alunno : "Io ho fatto $15 : 2$ che fa 7 con il resto di 1 e secondo me è $2 \times 7 + 1$ quindi "a" è uguale a 7. il resto sarebbe il numero 1 che c'è là prima dell'uguale"

Ins.: "Ho capito. Però la prima non è vera, perché $15:2$ fa 7,5."



Ins: Avrei potuto attirare l'attenzione sul resto ponendo la domanda e *se la relazione fosse stata*

$$2a + 3 = 15$$


Attività 2 - I NUMERI "R ed S"

$$R = a \times 4 \times 9$$

$$S = 2^2 \times b \times 3^2$$

Un impensabile
imprevisto:
l'influenza della
collocazione
delle scritture

Obiettivo del problema posto:
argomentare sul legame eventuale
tra R ed S attivando il pensiero
ipotetico



Attività 2 - I NUMERI "R ed S"

Obiettivi

$$R = a \times 4 \times 9$$

$$S = 2^2 \times b \times 3^2$$

se

$$a = b \quad \text{allora} \quad R = S$$

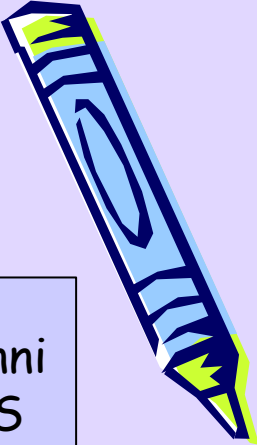
Se

$$a = n b$$

allora


$$R = nS ; S = R : n$$

$$n = R : S$$



Sollecitare gli alunni a "vedere" R ed S come un possibile stesso numero.

Stimolare l'attenzione della classe su eventuali relazioni di **divisibilità**, per esempio controllare la ricaduta su R ed S se a è un multiplo di b



Attività 2 - I NUMERI "R ed S"

Sviluppo della discussione

$$R = a \times 4 \times 9$$

$$S = 2^2 \times b \times 3^2$$

I: Che cosa possiamo dire di R e di S?

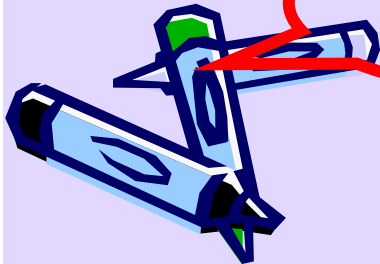
AAA: (silenzio)

I: Chi è 3^2 ? E 2^2 ?

AAA: 9, 4

I: Chi è a nel numero R?

AAA: 2^2



Attività 2 - I NUMERI "R ed S"

Importanza della riflessione congiunta

Importanza della gradualità nella
presentazione di problemi sulla stessa
problematica

Mentore: In questo caso sarebbe stato utile lo studio della questione:

$$R = a \times 4 \times 9$$

$$S = 4 \times 9 \times a$$

$$T = 9 \times 4 \times a$$

$$V = 9 \times a \times 4$$

Le scritture R , S , T , V secondo voi
rappresentano lo stesso numero o numeri
diversi?

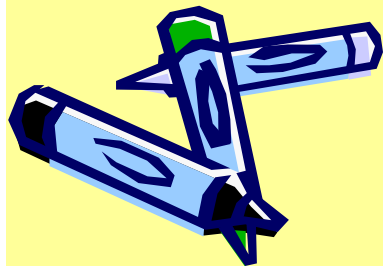
enzio sarebbe
il significato
ricordando che
si intendeva
e numeri ".

RUOLO DELLA DISCUSSIONE

- C'è spesso scissione tra la comunicazione verbale (*linguaggio naturale*) e quello che gli studenti conoscono

Sulle due attività vediamo degli

esempi



RUOLO DELLA DISCUSSIONE

da "Il Numero nascosto"

$$a + 12 = 20$$

I: "Fingete di essere voi gli insegnanti e di dover trovare le parole, che aiutino a far comprendere, per es. ad alcuni compagni, perché "a" vale 8. Qual è il ragionamento che fareste? "

A (Tania) : "a" è 8 perché se ho 20 caramelle e ne mangio 12 ne rimangono 8.



RUOLO DELLA DISCUSSIONE

da "Il Numero nascosto"

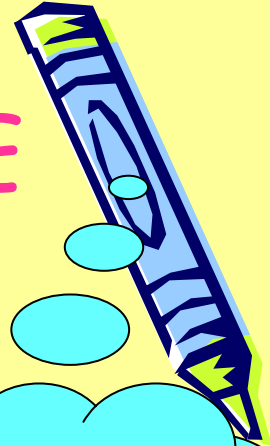
$$a + 12 = 20$$

$$12 + a = 137$$

I: Come mai una volta "a" è 8 e una volta è 125. Qual è la **regola** generale che vi viene in mente ?

REGOLA?
Ma Prof, non stavamo **GIOCANDO?**

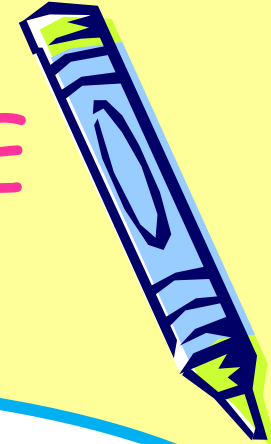
A (Cecilia) : Che "i numeri cambiano" in base al contesto e al risultato che c'è rappresentato, cioè cambiano in funzione dell'operazione e del risultato.



RUOLO DELLA DISCUSSIONE

da "Il Numero nascosto"

$$a + b = 18$$



I: Proviamo a vedere quanto possono valere a e b?

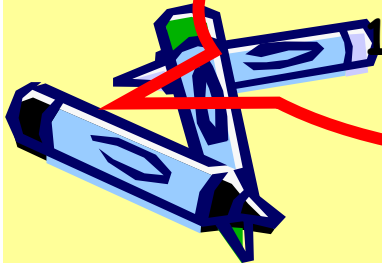
A6 (Jonathan) : Valgono un numero che sommato ad un altro numero fa 18... allora è un numero infinito

I: Perché è infinito?

A6: Perché non si sa.

I: Perché non si sa?
La loro somma fa 18, perché non si sa?

A6: Si sa, però insieme.

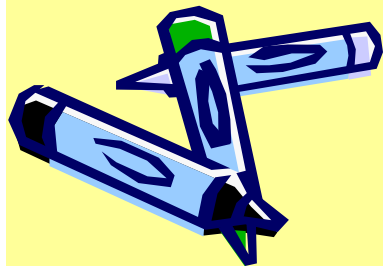


RUOLO DELLA DISCUSSIONE

Consente di lavorare a livello 'meta' sul coordinamento tra i registri simbolico e verbale della matematica

(es. quello che gli studenti "vedono" alla lavagna e le "forme" o "immagini" della loro conoscenza)

occorre dare loro occasioni e tempo per acquisire flessibilità che permetta loro di esplorare situazioni problematiche nuove



esempi

RUOLO DELLA DISCUSSIONE

da "I Numeri R e S"

$$R = a \times 4 \times 9$$

$$S = 2^2 \times b \times 3^2$$



I: Chi e' a nel numero R?

A2 (Sheldi): due alla seconda

AAA: due alla seconda

Con pazienza ho invece ottenuto salti importanti



RUOLO DELLA DISCUSSIONE

$$R = a \times 4 \times 9 \quad S = b \times 2^2 \times 3^2$$

I: Se a è uguale a 15 e b è uguale a 5 ...che relazione c'è tra 15 e 5?

A5 (Marco) : Sono multipli.

I : Chi è multiplo di chi?

A5: 15 è multiplo di 5

I: ... Perché Jonatan sostiene che R è multiplo di S secondo il numero 3, se " a " è uguale a 15 e " b " è uguale a 5?

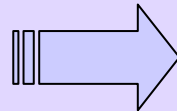
A6 (Jonatan) : Divido 15 per 5, il resto dei numeri è uguale.

I: Allora qual è il modo più veloce per dividere i due numeri R ed S ?

A4 (Cristian): Non considerare quelli uguali , guardare quelli che rimangono se sono multipli o sottomultipli.

L'AUTOVALUTAZIONE DELL'INSEGNAMENTO

Se l' insegnante
(*io*)
e gli allievi
(*i miei allievi*)
parlano
"due lingue
diverse"

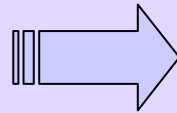


allora è compito
dell'insegnante (*mio*) farsi
carico nella relazione
didattica ed educativa
di comprendere e
valorizzare le
"forme" o "immagini"
delle preconoscenze degli
studenti attraverso
metodologie didattiche che
ne stimolino
l'esplicitazione
attraverso la
verbalizzazione
e *l'argomentazione*



L'AUTOVALUTAZIONE

Se tutto ciò che noi conosciamo in merito ad un concetto è contenuto in un'immagine che associamo al concetto stesso

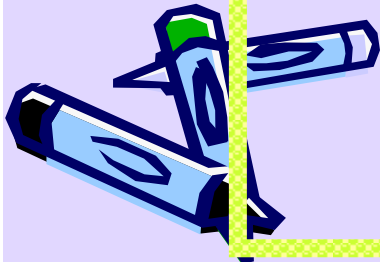
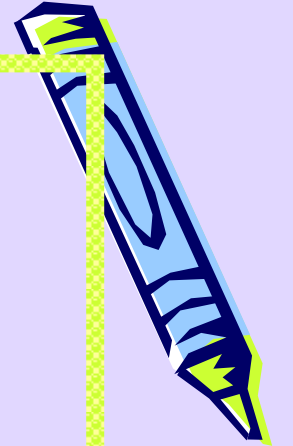


allora è importante progettare ed attuare interventi didattici che costruiscano "immagini" dei concetti matematici che abbiano un senso per lo studente perché sono state elaborate discutendole con i propri pari e attingendo dalle loro preconoscenze.



CONCLUSIONI

Con la discussione di classe ho sperimentato in prima persona che solo dopo che gli studenti hanno creato "immagini" appropriate dei concetti matematici, le hanno interiorizzate attraverso l'esperienza, l'insegnante può arrivare ad una loro **generalizzazione e definizione** mediante il linguaggio simbolico e i termini specifici propri della matematica



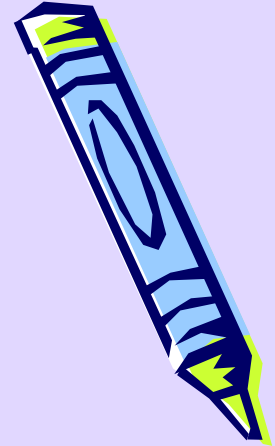
INOLTRE

- L'esperienza del Master ha indotto in me un confronto importante tra

INSEGNAMENTO *TRASMISSIVO*
PROCEDURALE E SICURO PER L'INSEGNANTE

E

INSEGNAMENTO *SOCIO-COSTRUTTIVO*
RELAZIONALE E APERTO AGLI IMPREVISTI
CHE RICHIEDE CONTROLLO E CONSAPEVOLEZZA
NELL'INSEGNANTE



OBIETTIVI DOPO IL MASTER

- Diventare "esperta" di immagini concettuali, "vecchie" e "nuove" dei miei studenti

- ... imparare ad ascoltarli prima di parlare.

grazie



La Prof dice che dobbiamo cercare le IMMAGINI.
.... Intanto cerchiamo le CASTAGNE....

